

Дисциплина: Математика

Зачетная работа

Выполнила: Бобкова Олеся Сергеевна

Группа: М - 106

Специальность: Менеджмент

Телефон мобильный: 8-913-498-6656

Адрес: 663318, Красноярский край ,
г. Норильск, ул. Лауреатов , д. № 59,
кв. № 75

Проверил _____

Оценка _____

Дата _____

2013 г.

Содержание

| | |
|---------------|---|
| Задача 1..... | 3 |
| Задача 2..... | 4 |
| Задача 3..... | 6 |
| Задача 4..... | 8 |

Вариант № 2

Задача 1

Вычислить определитель IV порядка.

$$\text{2 вариант } \begin{vmatrix} -3 & -9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -3 & -9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix} = \left\{ \text{найдем определитель по 1- ому столбцу} \right\} =$$

$$= -3 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 8 & 2 & 7 \\ -5 & -3 & -2 \\ -8 & -4 & -5 \end{vmatrix} - 5 \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -9 & 3 & 6 \\ -5 & -3 & -2 \\ -8 & -4 & -5 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -9 & 3 & 6 \\ 8 & 2 & 7 \\ -8 & -4 & -5 \end{vmatrix} + 7 \cdot (-1)^{4+1} \begin{vmatrix} -9 & 3 & 6 \\ 8 & 2 & 7 \\ -5 & -3 & -2 \end{vmatrix} =$$

$$= \left\{ \text{определители 3- его порядка найдем по правилу треугольников (Сарюса)} \right\} =$$

$$= -3(8 \cdot (-3) \cdot (-5) + 2 \cdot (-2) \cdot (-8) + 7 \cdot (-4) \cdot (-5) - 7 \cdot (-3) \cdot (-8) - 8 \cdot (-2) \cdot (-4) - 2 \cdot (-5) \cdot (-5)) +$$

$$+ 5 \cdot (-9 \cdot 3 \cdot 5 + 3 \cdot 2 \cdot 8 + 6 \cdot 5 \cdot 4 - 6 \cdot 3 \cdot 8 + 2 \cdot 4 \cdot 9 - 3 \cdot 5 \cdot 5) +$$

$$+ 4 \cdot (9 \cdot 2 \cdot 5 - 3 \cdot 7 \cdot 8 - 6 \cdot 4 \cdot 8 + 8 \cdot 2 \cdot 6 - 4 \cdot 7 \cdot 9 + 3 \cdot 8 \cdot 5) -$$

$$- 7 \cdot (9 \cdot 2 \cdot 2 - 3 \cdot 7 \cdot 5 - 3 \cdot 6 \cdot 8 + 5 \cdot 2 \cdot 6 - 3 \cdot 7 \cdot 9 + 3 \cdot 8 \cdot 2) =$$

$$= -3 \cdot (120 + 36 + 140 - 168 - 64 - 50) + 5 \cdot (-135 + 48 + 120 - 144 + 72 - 75) +$$

$$+ 4 \cdot (90 - 168 - 192 + 96 - 252 + 120) - 7 \cdot (36 - 105 - 144 + 60 - 189 + 48) =$$

$$= -3 \cdot 14 + 5 \cdot (-114) + 4 \cdot (-306) - 7 \cdot (-294) = -72$$

Ответ: $\Delta = -72$

Задача 2

Решить по формулам Крамера и матричным методом систему линейных уравнений.

2 вариант

Решим по формуле Крамера

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \left(\text{найдем определитель по правилу треугольников} \right) =$$

$$= 7 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot 9 \cdot 1 - 3 \cdot 3 \cdot 5 - 1 \cdot 4 \cdot 7 - 2 \cdot 9 \cdot 3 = 63 + 40 + 27 - 45 - 28 - 54 = 3 \neq 0$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 13 & 2 & 3 \\ 15 & 3 & 4 \\ 14 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 13 \cdot 9 + 8 \cdot 14 + 15 \cdot 3 - 14 \cdot 9 - 4 \cdot 13 - 6 \cdot 15 = 6$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 7 & 13 & 3 \\ 9 & 15 & 4 \\ 5 & 14 & 3 \end{vmatrix} = 21 \cdot 15 + 20 \cdot 13 + 27 \cdot 14 - 15 \cdot 15 - 28 \cdot 14 - 27 \cdot 13 = -15$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 13 \\ 9 & 3 & 15 \\ 5 & 1 & 14 \end{vmatrix} = 21 \cdot 14 + 10 \cdot 15 + 9 \cdot 13 - 15 \cdot 13 - 7 \cdot 15 - 18 \cdot 14 = 9$$

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{6}{3} = 2 \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-15}{3} = -5 \quad z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{9}{3} = 3$$

Проверкой в данном случае будет решение матричным способом

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 13 \\ 15 \\ 14 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X = B$$

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 9 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \left(\text{найдем определитель по правилу треугольников} \right) =$$

$$= 7 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 3 \cdot 9 \cdot 1 - 3 \cdot 3 \cdot 5 - 1 \cdot 4 \cdot 7 - 2 \cdot 9 \cdot 3 = 63 + 40 + 27 - 45 - 28 - 54 = 3 \neq 0$$

$$A^{-1} - ?$$

$$a_{11} = 5 \quad a_{21} = -3 \quad a_{31} = -1$$

$$a_{12} = -7 \quad a_{22} = 6 \quad a_{32} = -1$$

$$a_{13} = -6 \quad a_{23} = 3 \quad a_{33} = 3$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -3 & -1 \\ -7 & 6 & -1 \\ -6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} \cdot B = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 5 & -3 & -1 \\ -7 & 6 & -1 \\ -6 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 13 \\ 15 \\ 14 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 5 \cdot 13 - 3 \cdot 15 - 1 \cdot 14 \\ -7 \cdot 13 + 6 \cdot 15 - 1 \cdot 14 \\ -6 \cdot 13 + 3 \cdot 15 + 3 \cdot 14 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -15 \\ 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $x = 2$; $y = -5$; $z = 3$

Задача 3

Решить методом Гаусса систему линейных уравнений.

2 вариант $\left\{ \begin{array}{l} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{array} \right.$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 2 & 7 & 3 & 1 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 2 & 4 \\ 9 & 4 & 1 & 7 & 2 \end{array} \right) \sim \left\{ \text{поменяем местами 1-ый и 4-ый столбик} \right\} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 7 & 3 & 2 & 6 \\ 2 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ 7 & 4 & 1 & 9 & 2 \end{array} \right) \sim \left\{ \begin{array}{l} 1\text{-ую строку} \cdot (-2) \text{ и } + \text{ ко } 2\text{-ой} \\ 1\text{-ую строку} \cdot (-7) \text{ и } + \text{ к } 3\text{-ей} \end{array} \right\} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 7 & 3 & 2 & 6 \\ 0 & -9 & -4 & -1 & -8 \\ 0 & -45 & -20 & -5 & -40 \end{array} \right) \sim \left\{ 2\text{-ую} \cdot (-5) + \text{к } 3\text{-ей} \right\} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 7 & 3 & 2 & 6 \\ 0 & -9 & -4 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \text{система имеет множество решений}$$

$$\begin{cases} x_4 + 7x_2 + 3x_3 + 2x_1 = 6 \\ -9x_2 - 4x_3 - x_1 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_4 + 7x_2 + 3x_3 + 2x_1 = 6 \\ x_2 = \frac{8 - 4x_3 - x_1}{9} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_4 + 7 \cdot \frac{8 - 4x_3 - x_1}{9} + 3x_3 + 2x_1 = 6 \\ x_2 = \frac{8 - 4x_3 - x_1}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 9x_4 + 56 - 28x_3 - 7x_1 + 27x_3 + 18x_1 = 54 \\ x_2 = \frac{8 - 4x_3 - x_1}{9} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9x_4 - x_3 + 11x_1 = -2 \\ x_2 = \frac{8 - 4x_3 - x_1}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-9x_4 + x_3 - 2}{11} \\ x_2 = \frac{8 - 4x_3 - x_1}{9} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x_1 = \frac{-9x_4 + x_3 - 2}{11} \\ x_2 = \frac{8 - 4x_3 - x_1}{9} \\ x_3 \in R \\ x_4 \in R \end{cases}$$

Задача 4

Организации, занимающейся перевозкой и продажей продукции, необходимо перевезти партию товара. При этом можно арендовать для перевозки по железной дороге 5- и 7-тонные контейнеры. Пятитонных контейнеров имеется в наличии не более A штук, а 7-тонных – не более B штук. На перевозку всей продукции по смете выделено не более N тыс. рублей, причём цена за аренду 5-тонного контейнера – 2 тыс. рублей, а 7-тонного – 3 тыс. рублей. Определить сколько и каких контейнеров следует арендовать при условии, что общий объём грузоперевозок должен быть максимальным. Значения A, B, N см. в таблице по вариантам.

| | |
|---------|----|
| Вариант | 2 |
| A | 12 |
| B | 18 |
| N | 60 |

Решение задачи оформить поэтапно:

1. Построить математическую модель задачи;

x_1 - количество 5- и тонников

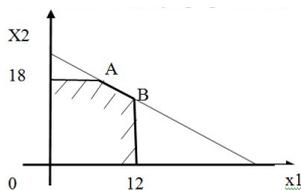
x_2 - количество 7- и тонников

тогда

$$z = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 12 \\ x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\ 0 \leq x_1, \quad 0 \leq x_2 \end{cases}$$

2. Решить задачу графически;



Найдем координаты точек А и В

$$\begin{cases} x_2 = 18 \\ 2x_1 + 3 \cdot 18 = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 18 \\ 2x_1 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2 = 18 \\ x_1 = 3 \end{cases}$$

$$z(A) = 5 \cdot 3 + 7 \cdot 18 = 141$$

$$\begin{cases} x_1 = 12 \\ 2 \cdot 12 + 3x_2 = 60 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 12 \\ 3x_2 = 36 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 12 \\ x_2 = 12 \end{cases}$$

$$z(B) = 5 \cdot 12 + 7 \cdot 12 = 144 \rightarrow \max$$

При 12 штук 5- и тонников и 12 штук 7- и тонников

3. Решить задачу симплекс-методом.

$$z = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 12 \\ x_2 \leq 18 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\ 0 \leq x_1, \quad 0 \leq x_2 \end{cases}$$

Или

$$z = -5x_1 - 7x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 12 \\ x_2 + x_4 = 18 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_5 = 60 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{примем переменные } x_3, x_4, x_5 \text{ за базисные и выразим через} \\ \text{свободные переменные } x_1 \text{ и } x_2 \end{array} \right\}$$

$$\begin{cases} x_3 = 12 - x_1 \\ x_4 = 18 - x_2 \\ x_5 = 60 - 2x_1 - 3x_2 \end{cases} \quad \text{следовательно } x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 12, x_4 = 18, x_5 = 60 \Rightarrow z = 0$$

увеличим x_1 до 12 тогда $x_1 = 12, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 18, x_5 = 36 \Rightarrow z = -60$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{примем не нулевые переменные } x_1, x_4, x_5 \text{ за базисные и выразим через} \\ \text{свободные переменные } x_2 \text{ и } x_3 \end{array} \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 = 12 - x_3 \\ x_4 = 18 - x_2 \\ x_5 = 60 - 2(12 - x_3) - 3x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 12 - x_3 \\ x_4 = 18 - x_2 \\ x_5 = 36 + 2x_3 - 3x_2 \end{cases} \quad \text{тогда } z = -5(12 - x_3) - 7x_2 = -60 - 7x_2 + 5x_3$$

увеличим x_2 до 12 тогда $x_1 = 12, x_2 = 12, x_3 = 0, x_4 = 6, x_5 = 0 \Rightarrow z = -60 - 7 \cdot 12 = -144$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{примем не нулевые переменные } x_1, x_2, x_4 \text{ за базисные и выразим через} \\ \text{свободные переменные } x_3 \text{ и } x_5 \end{array} \right\}$$

$$\begin{cases} x_1 = 12 - x_3 \\ x_4 = 18 - x_2 \\ 3x_2 = 36 + 2x_3 - x_5 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 12 - x_3 \\ x_4 = 18 - 12 - 0,67x_3 + 0,33x_5 \\ x_2 = 12 + 0,67x_3 - 0,33x_5 \end{cases}$$

$$\text{тогда } z = -60 - 7x_2 + 5x_3 = -60 - 7(12 + 0,67x_3 - 0,33x_5) + 5x_3 = -60 - 84 - 4,69x_3 + 2,31x_5 + 5x_3 \Rightarrow z = -144 + 2,31x_5 + 0,31x_3$$

так как коэффициенты при свободных переменных $> 0 \Rightarrow$ решение оптимально

Ответ 12 штук 5 - и тонников и 12 штук 7 - и тонников

тогда максимальный объем составит 144 тонны не превысив смету.